

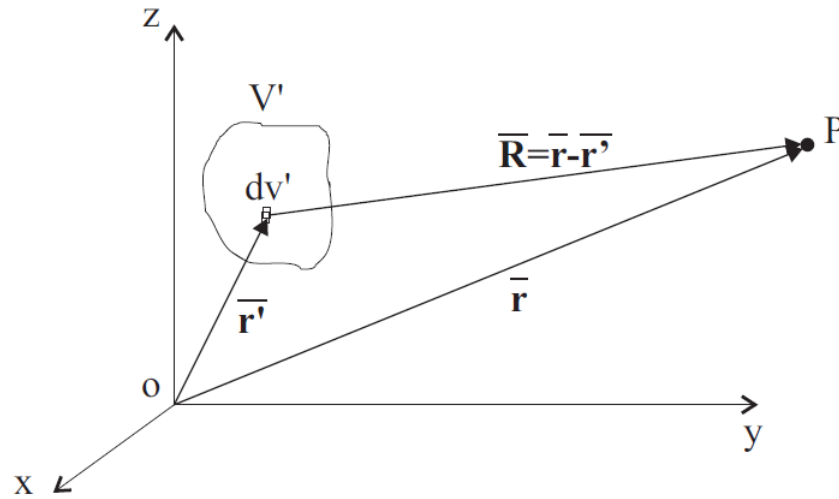
Antenas de hilo

Grupo de Electromagnetismo Aplicado
Dpto. Teoría de la Señal y Comunicaciones
Universidad Carlos III de Madrid

Luis Inclán Sánchez

- Lazo infinitesimal
- Dipolo de longitud finita
- Corriente uniforme
- Corriente senoidal
- Ejemplos
- Antenas de onda progresiva

Distribución de corriente arbitraria



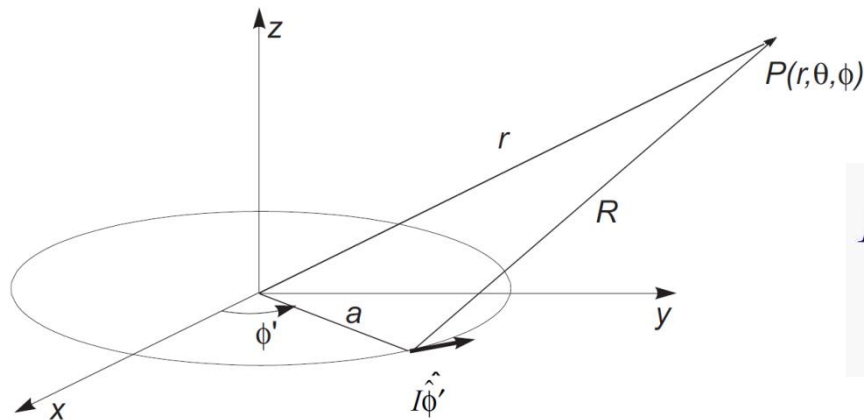
Potenciales electrodinámicos

Hilo corriente

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_{V'} \vec{J}(\vec{r}') \frac{e^{-jkR}}{R} dv'$$

$$\vec{H} = \nabla \times \vec{A}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{j\omega\epsilon} \nabla \times \vec{H}$$

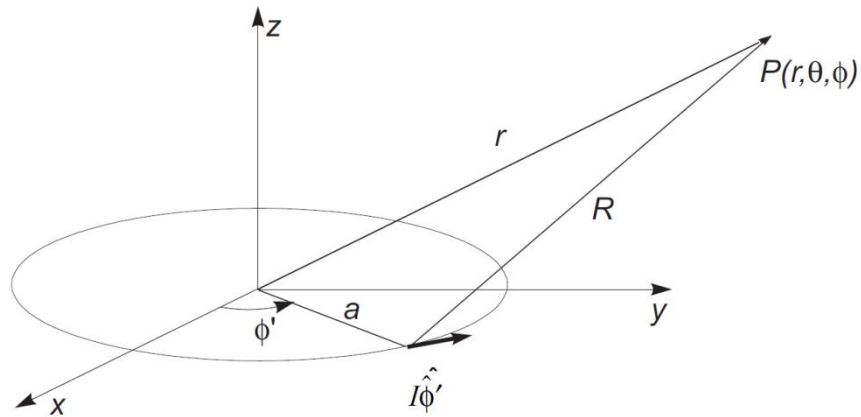


$$R = \sqrt{r^2 + a^2 - 2ar \sin \theta \cos(\phi - \phi')} \\ \approx \sqrt{r^2 - 2ar \sin \theta \cos(\phi - \phi')}$$

Procedimiento para obtener el CEM radiado lejano

Integración de una corriente J > Potencial Vector A > Obt. Campo H > Obt. Campo E

CAMPO RADIADO POR UN LAZO INFINITESIMAL (I)



Lazo infinitesimal
Que excita una corriente
uniforme espacialmente

$$a < \frac{\lambda}{6\pi}$$

$$E_r = E_\theta = 0$$

$$E_\phi \cong \eta \frac{(ka)^2 I_0 e^{-jkr}}{4r} \sin \theta$$

$$H_\theta = -\frac{E_\phi}{\eta}$$

$$H_\theta \cong -\frac{(ka)^2 I_0 e^{-jkr}}{4r} \sin \theta$$

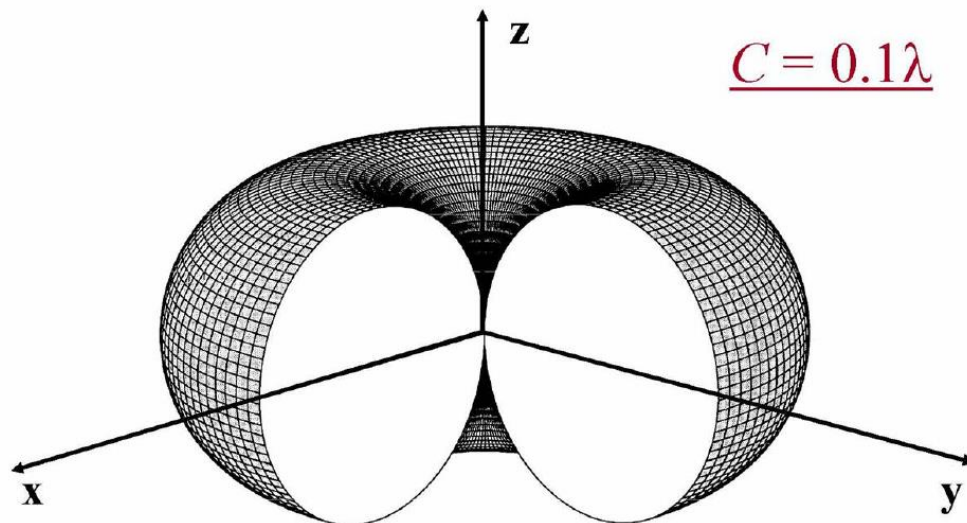
$$H_\phi = 0$$

CAMPO RADIADO POR UN LAZO INFINITESIMAL (II)

Intensidad de radiación:

$$U = r^2 W_r = r^2 \left[\frac{1}{2\eta} |E_\phi(r, \theta, \phi)|^2 \right]$$
$$= \frac{\eta}{2} \left(\frac{k^2 a^2}{4} \right)^2 |I_o|^2 \sin^2 \theta$$

$$U_{\max} = U|_{\theta=\pi/2} = \frac{\eta}{2} \left(\frac{k^2 a^2}{4} \right)^2 |I_o|^2$$



$$D_o = 4\pi \frac{U_{\max}}{P_{rad}} = \frac{3}{2}$$

$$A_{em} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_o = \frac{3\lambda^2}{8\pi}$$

Diagrama 3D Lazo infinitesimal corriente uniforme

CAMPO RADIADO POR UN DIPOLO INFINITESIMAL (III)

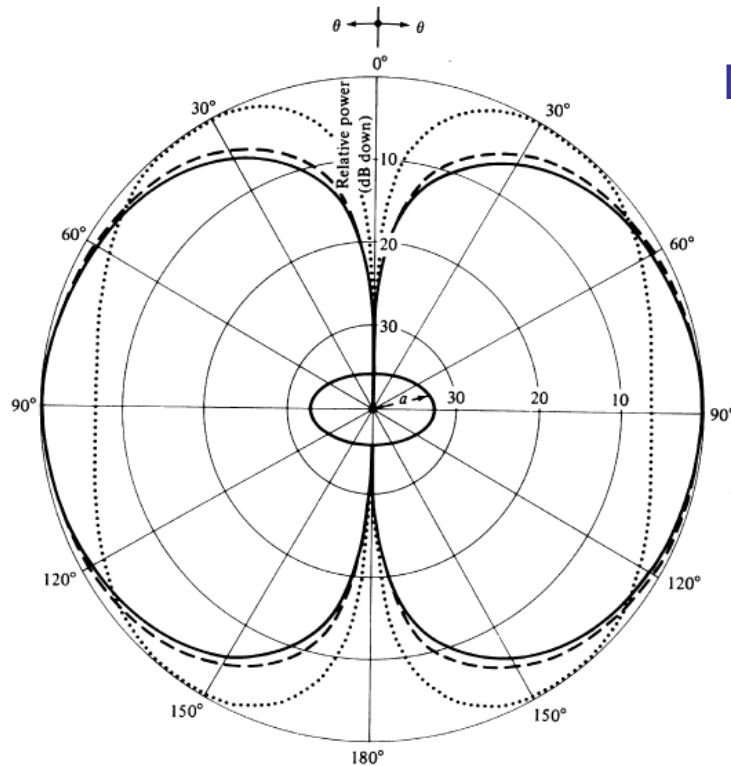
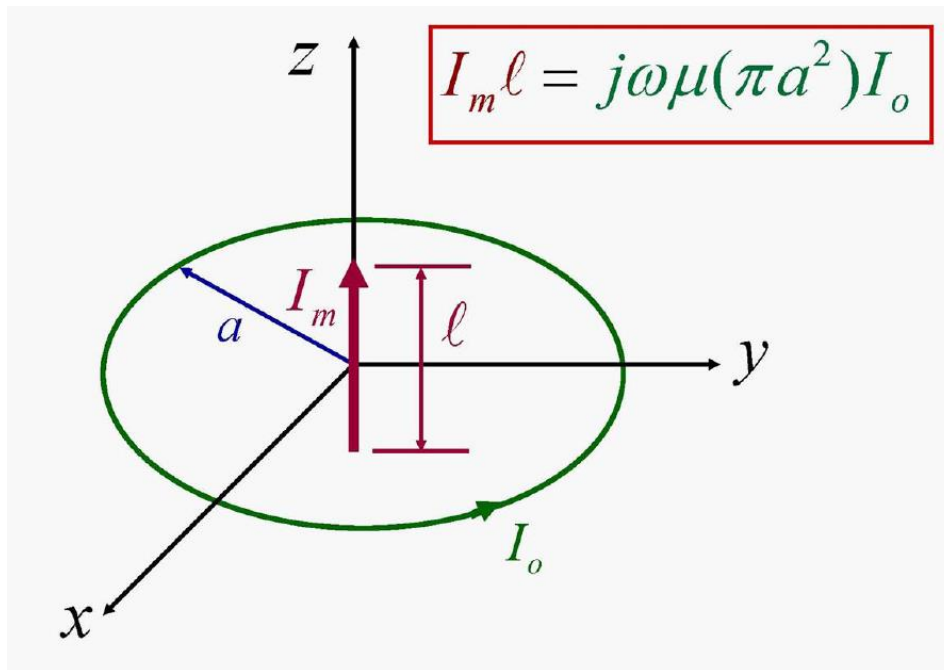


Diagrama en función del radio de la espira

— $a = 0.1\lambda$
- - - $a = 0.2\lambda$
..... $a = 0.5\lambda$

- El diagrama (la forma) para la espira infinitesimal es el mismo que para el dipolo infinitesimal de corriente uniforme
- En la espira el campo radiado tiene dirección Φ (phi) mientras que el dipolo tiene dirección θ (theta)
- La directividad de ambas antenas es la misma

Equivalencia con el Dipolo magnético:



$$I_m \ell = j\omega\mu I_o S, \quad S = \pi a^2$$

Momento dipolar magnético

❑ Anexo matemático

❑ Potencial vector en aproximación de campo lejano. Es una función de variables espaciales

- El potencial tiene la forma de funciones de Bessel
- Para radios pequeños la función de Bessel se aproxima por su argumento (en realidad la mitad)
- Se obtiene el campo radiado derivando

$$A_{\varphi}(\theta, 0) = \frac{\mu}{4\pi} (I_0 a) \frac{e^{-j\beta r}}{r} \int_0^{2\pi} \cos \varphi' \cdot e^{j\beta a \sin \theta \cos \varphi'} d\varphi' \quad \int_0^{\pi} \cos(n\varphi) e^{jz \cos \varphi} d\varphi = \pi j^n J_n(z).$$

$$A_{\varphi}(\theta) = \frac{\mu}{4\pi} (I_0 a) \frac{e^{-j\beta r}}{r} \pi j \left[J_1(\beta a \sin \theta) - J_1(-\beta a \sin \theta) \right]$$

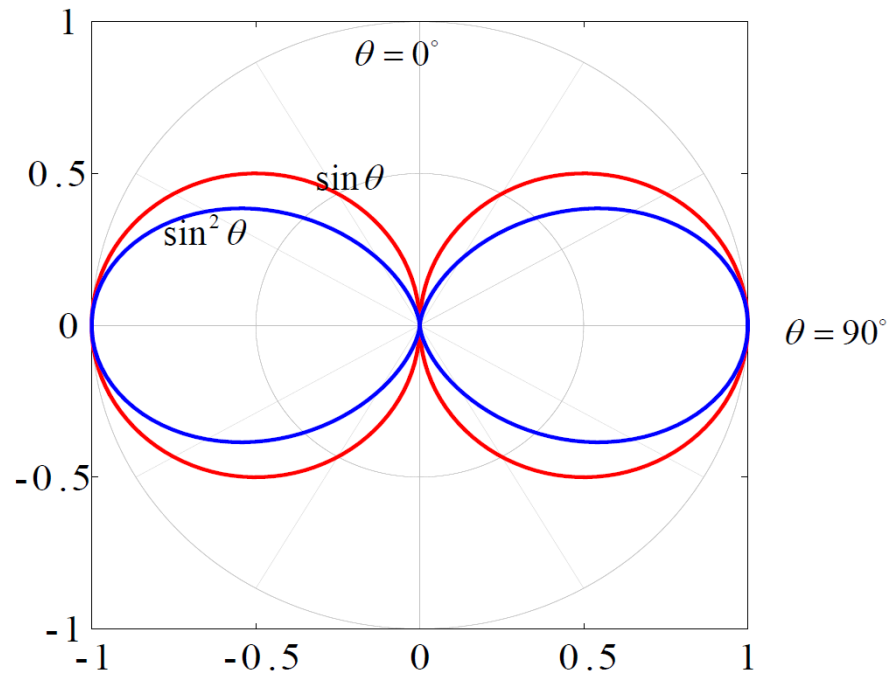
$$E_{\varphi}(\theta) = \beta \eta (I_0 a) \frac{e^{-j\beta r}}{2r} J_1(\beta a \sin \theta)$$

Para “a”
suficientemente
pequeño $\beta a < 1/3$

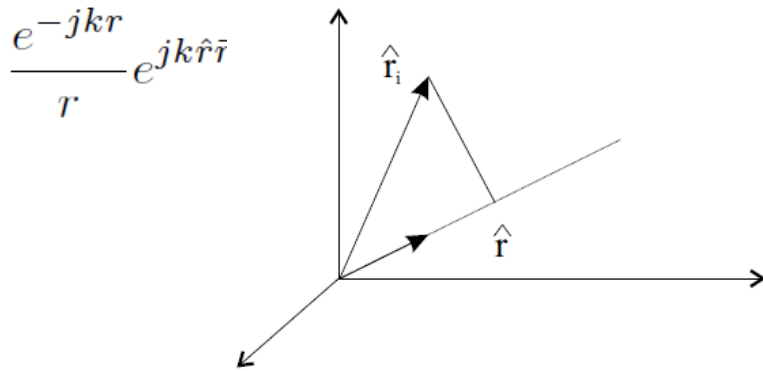
$$J_1(\beta a \sin \theta) \approx \frac{1}{2} (\beta a \sin \theta)$$

□ Diagramas de radiación

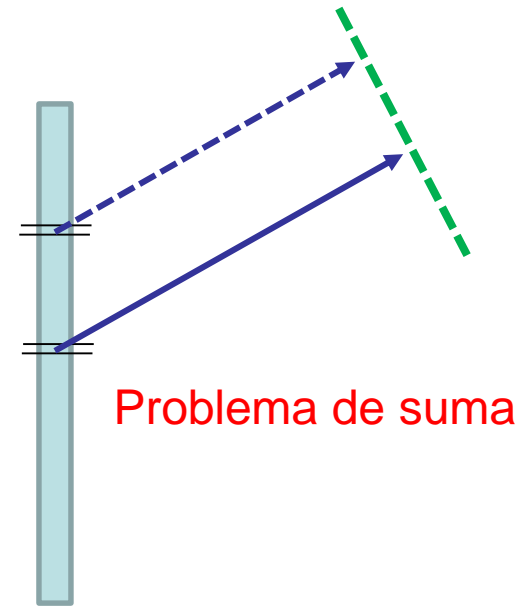
$$\bar{U}(\theta, \varphi) = \sin^2 \theta$$



Elementos individuales: dipolos infinitesimales



Cada elemento infinitesimal contribuye al campo radiado en una dirección en función de su posición y la excitación (amplitud y fase de la corriente en ese punto)

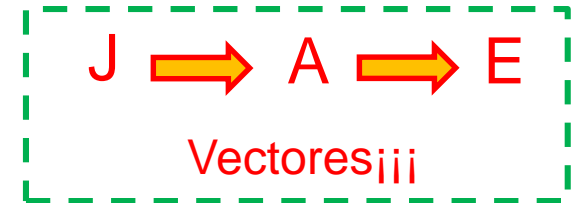


Para el campo lejano tendremos una contribución del tipo:

$$dE_{\theta} = j\eta \frac{kI(z')e^{-jkR}}{4\pi R} \sin \theta e^{jkz' \cos \theta} dz'$$

Para el campo total llegamos a

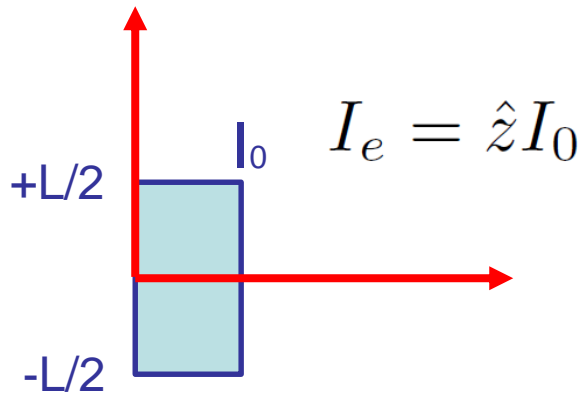
$$E_{\theta} = \int_{-l/2}^{l/2} dE_{\theta} = j\eta \frac{ke^{-jkr}}{4\pi R} \sin \theta \left[\int_{-l/2}^{l/2} I(z')e^{jkz' \cos \theta} dz' \right]$$



El campo total tiene la forma

Campo elemento individual x factor (Función de la geometría y de la excitación)

Dipolo de longitud finita y corriente uniforme

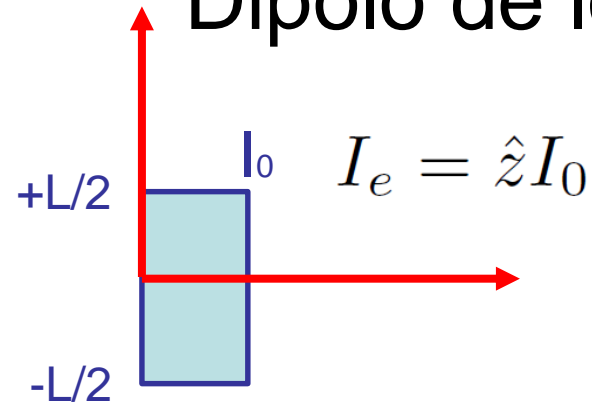


$$E_\theta = \int_{-l/2}^{l/2} dE_\theta = j\eta \frac{ke^{-jkr}}{4\pi R} \sin \theta \left[\int_{-l/2}^{l/2} I(z') e^{jkz' \cos \theta} dz' \right]$$

$$f(u) = \left[\int_{-l/2}^{l/2} I_e e^{jkz' \cos \theta} \right] = I_0 L \frac{\sin u}{u}$$

$$u = \frac{\beta L}{2} \cos \theta$$

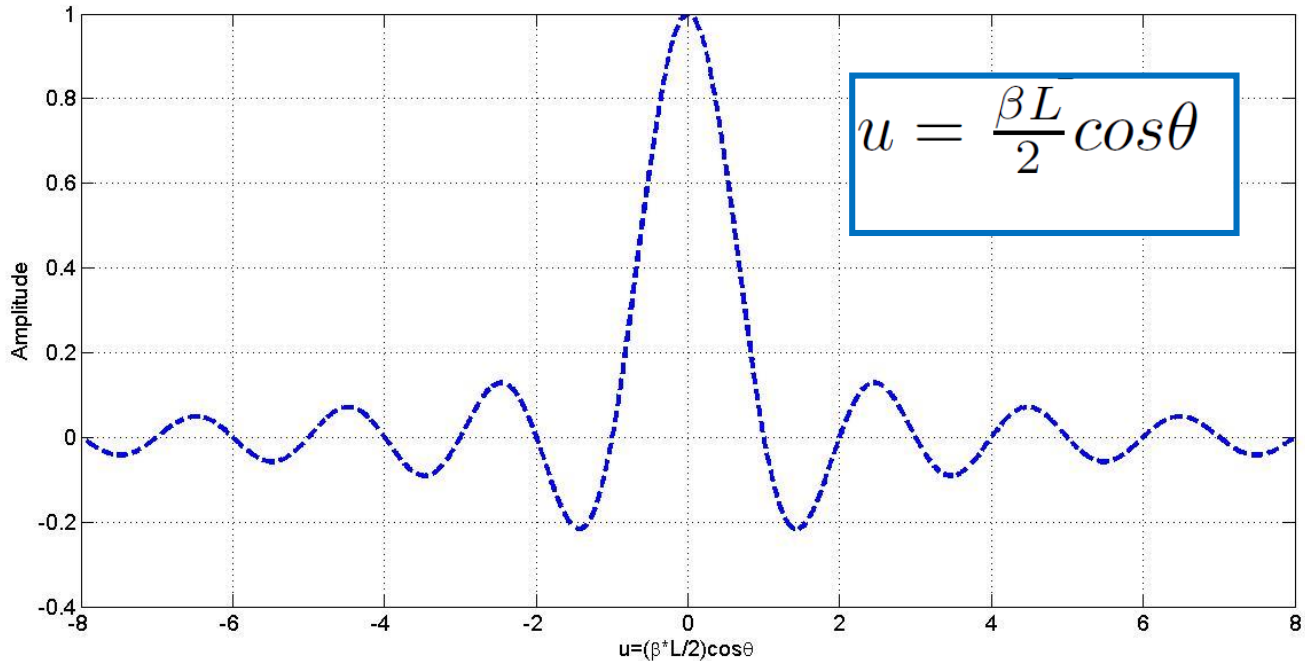
Dipolo de longitud finita y corriente uniforme



$$E_\theta = j\eta \frac{ke^{-jkr}}{4\pi r} \sin\theta I_0 L \frac{\sin u}{u}$$

Campo radiado por una corriente uniforme

$$\frac{\sin u}{u}$$



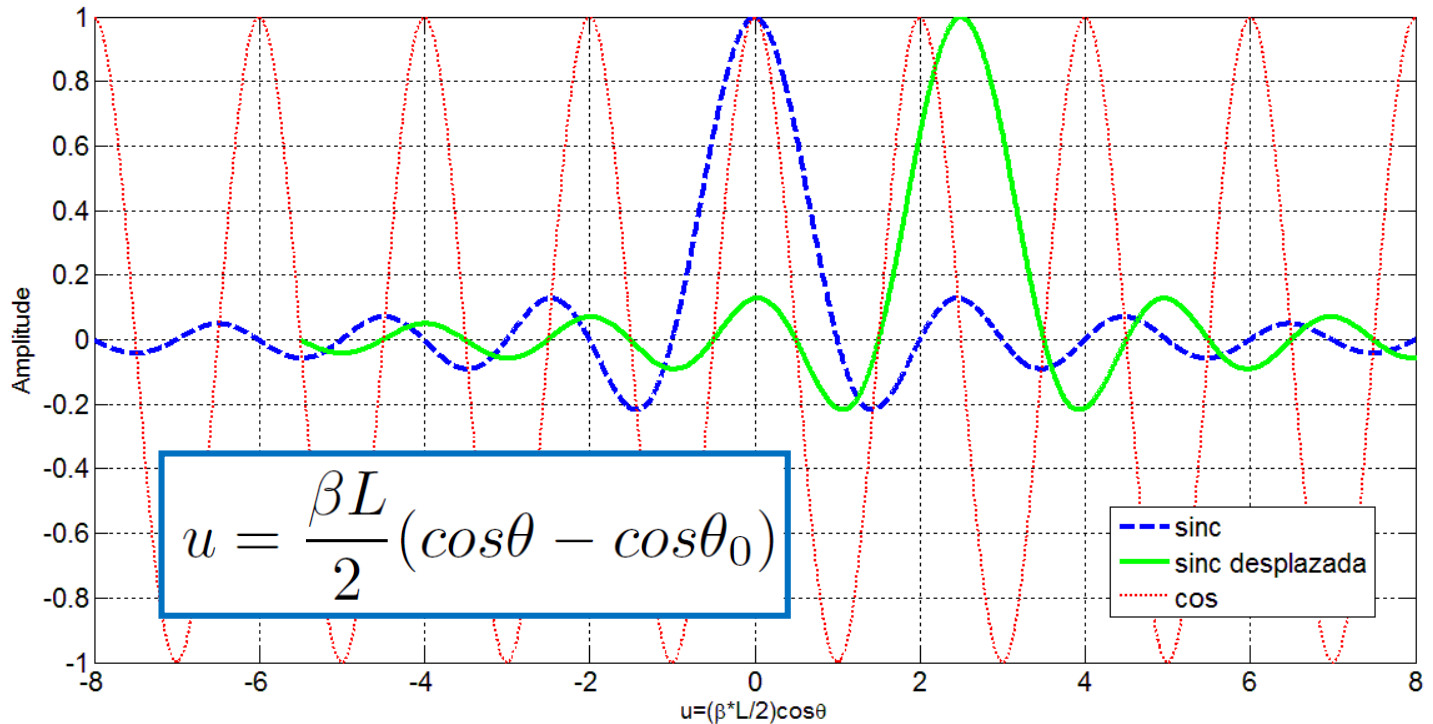
Dipolo de longitud finita y corriente uniforme

$$I_e = \hat{z} I_0 e^{j\beta_0 z'} \quad E_\theta = j\eta \frac{k e^{-jkr}}{4\pi r} \sin\theta I_0 L \frac{\sin u}{u}$$

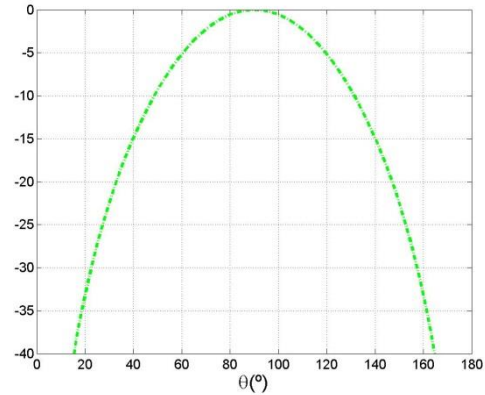
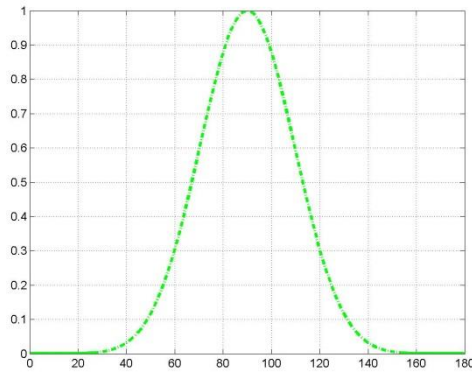
$$u = (\beta \cos\theta + \beta_0) \frac{L}{2}$$

Campo radiado por una corriente uniforme

$$\frac{\sin u}{u}$$



Dipolo con corriente uniforme



```
%Corriente uniforme
%longitud en lambdas
L=1;
theta=0:0.01:pi;
u=L/2*2*pi*cos(theta);
rp=(sin(u)./u).^2.*(sin(theta)).^2;
mx=max(rp);
```

$$E_{\theta} = \int_{-l/2}^{l/2} dE_{\theta} = j\eta \frac{ke^{-jkr}}{4\pi R} \sin\theta \left[\int_{-l/2}^{l/2} I(z') e^{jkz' \cos\theta} dz' \right]$$



sen(u)/u

Con $u=k(L/2)\cos\theta$

El campo total tiene la forma

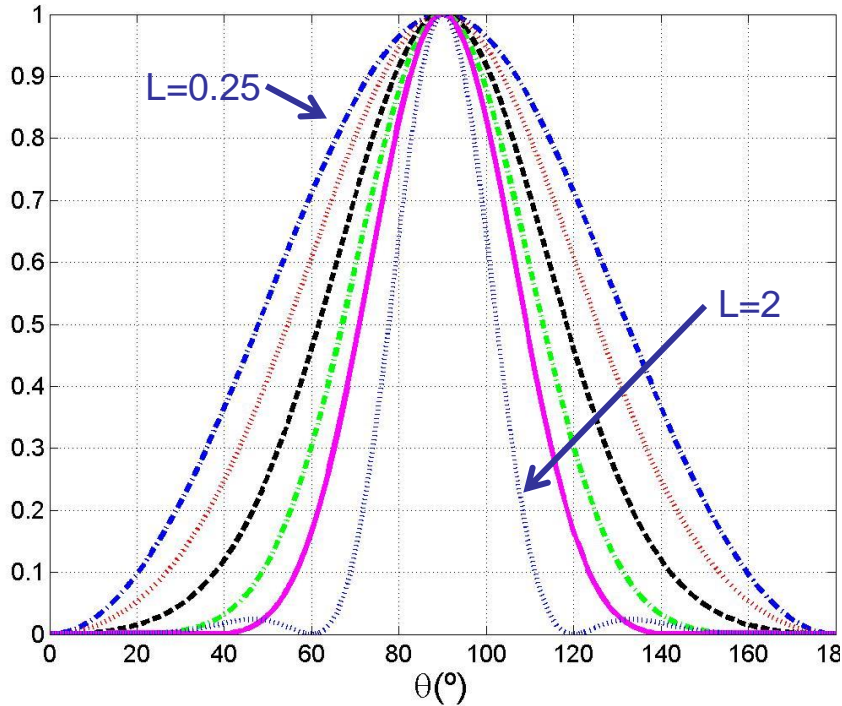
Campo elemento individual x factor (Función de la geometría y de la excitación)

Transmisión y Propagación. Grado en Ingeniería de Comunicaciones Mov. Esp.

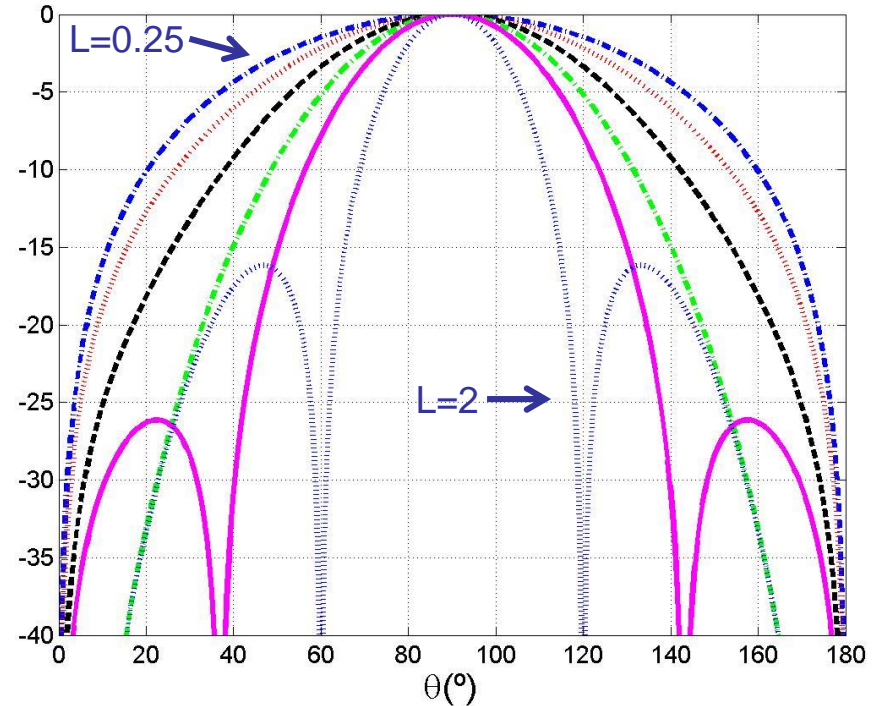
Curso 20/21

Dipolo con corriente uniforme

$L=0.25, 0.5, 0.75, 1, 1.25$ y 2 en λ



```
%diagrama en unidades naturales  
plot(theta*180/pi, rp/mx, 'b:');  
grid;  
axis([0 180 0 1]);
```



```
%diagrama en dB  
plot(theta*180/pi, 10*log10(rp/mx), 'b:');  
grid;  
axis([0 180 -40 0]);
```

Dipolo de longitud l:

- Tamaño finito del dipolo
- Excitación de corriente (senoidal ideal)

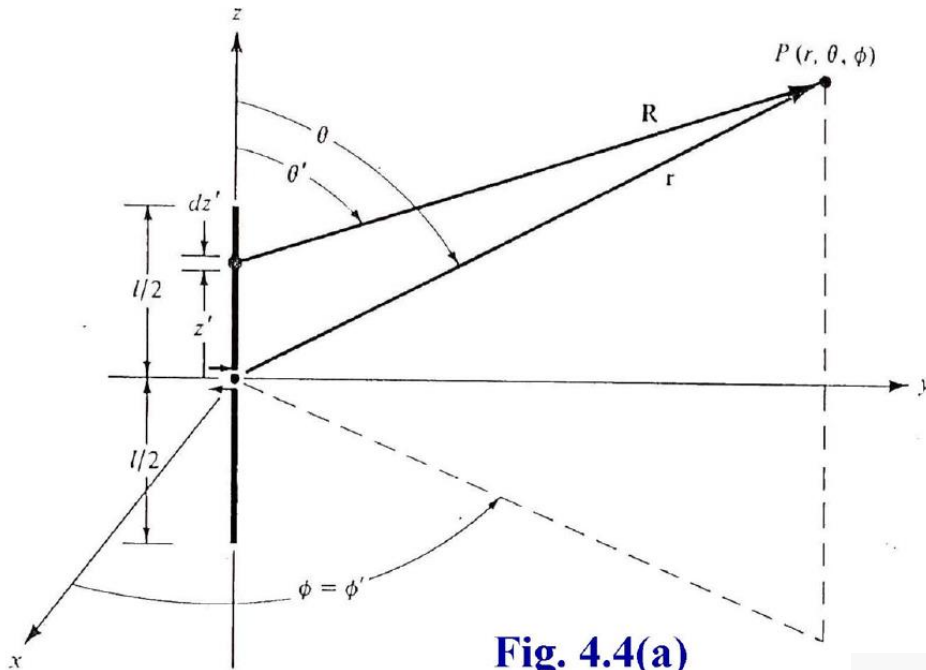
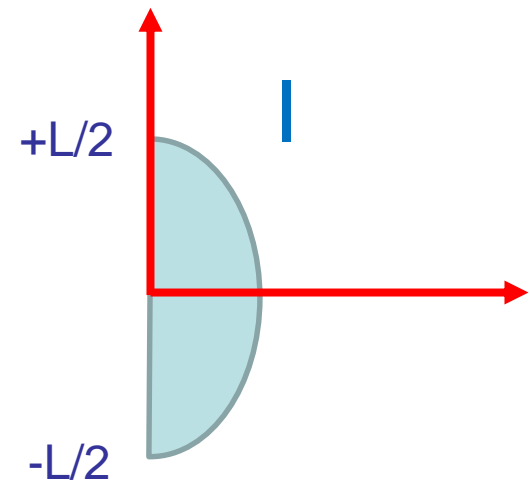


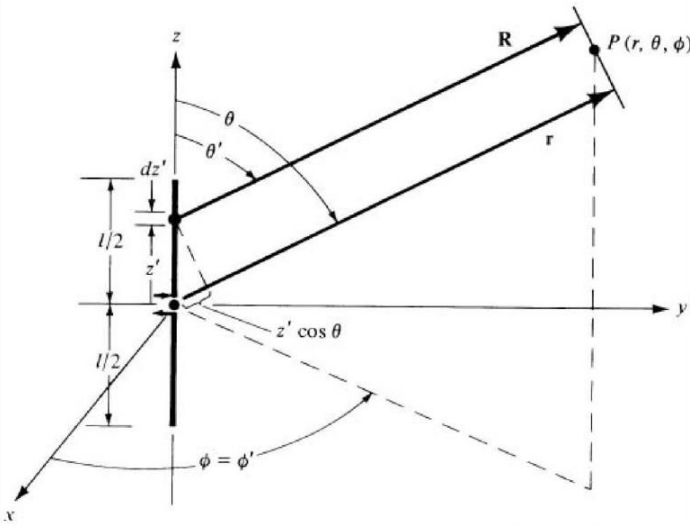
Fig. 4.4(a)



$$\underline{I}_e(z') = \hat{a}_z \begin{cases} I_o \sin \left[k \left(\frac{\ell}{2} - z' \right) \right] & 0 \leq z' \leq +\ell/2 \\ I_o \sin \left[k \left(\frac{\ell}{2} + z' \right) \right] & -\ell/2 \leq z' \leq 0 \end{cases}$$

$$A_z = \frac{\mu}{4\pi} \int_{-l/2}^{+l/2} I_e(z') \frac{e^{-jkR}}{R} dz'$$

Aproximación para campo lejano



$$A_z \simeq \frac{\mu}{4\pi} \int_{-l/2}^{+l/2} I_e(z') \frac{e^{-jk(r-z'\cos\theta)}}{r} dz'$$

$$A_z = \frac{\mu e^{-jkr}}{4\pi r} \int_{-l/2}^{+l/2} I_e(z') e^{jkz'\cos\theta} dz'$$

Dipolo de longitud finita: Campo lejano

$$dE_{\theta} \cong j\eta \frac{kI_e(z')e^{-jkR}}{4\pi R} \sin\theta dz'$$

$$\begin{aligned} dE_{\theta} &\approx j\eta \frac{k I_e(z')e^{-jk(r-z'\cos\theta)}}{4\pi r} \sin\theta dz' \\ &\approx j\eta \frac{k I_e(z')e^{-jk(r-z'\cos\theta)}}{4\pi r} \sin\theta e^{jkz'\cos\theta} dz' \end{aligned}$$

$$E_{\theta} = \int_{-l/2}^{+l/2} dE_{\theta} = \underbrace{j\eta \frac{ke^{-jkr}}{4\pi r} \sin\theta}_{\text{Element Factor}} \left[\int_{-l/2}^{+l/2} I_e(z')e^{jkz'\cos\theta} dz' \right]_{\text{Space Factor (4-58a)}}$$

Calculo del campo radiado para una corriente ideal

- Para los detalles matemáticos se puede ver el Balanis

$$E_{\theta} = j\eta \frac{ke^{-jk r}}{4\pi r} \sin\theta \left\{ \int_{-l/2}^0 I_o \sin \left[k \left(\frac{l}{2} + z' \right) \right] e^{+jkz' \cos\theta} dz' + \int_0^{+l/2} I_o \sin \left[k \left(\frac{l}{2} - z' \right) \right] e^{-jkz' \cos\theta} dz' \right\} \quad (4-60)$$

$$\int e^{\alpha x} \sin[\beta x + \gamma] dx = \frac{e^{\alpha x}}{\alpha^2 + \beta^2} [\alpha \sin(\beta x + \gamma) - \beta \cos(\beta x + \gamma)] \quad (4-61)$$

$$\alpha = \pm jk \cos\theta, \quad \beta = \pm k, \quad \gamma = \frac{kl}{2} \quad (4-61a,b,c)$$

Dipolo de cualquier longitud

Antena de longitud finita

- Excitación (corriente a lo largo del dipolo) de tipo senoidal ideal
- Aproximación de campo lejano

$$E_{\theta} = j\eta \frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left[\frac{\cos\left(\frac{kl}{2} \cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kl}{2}\right)}{\sin\theta} \right]$$

$$H_{\phi} \cong \frac{E_{\theta}}{\eta}$$

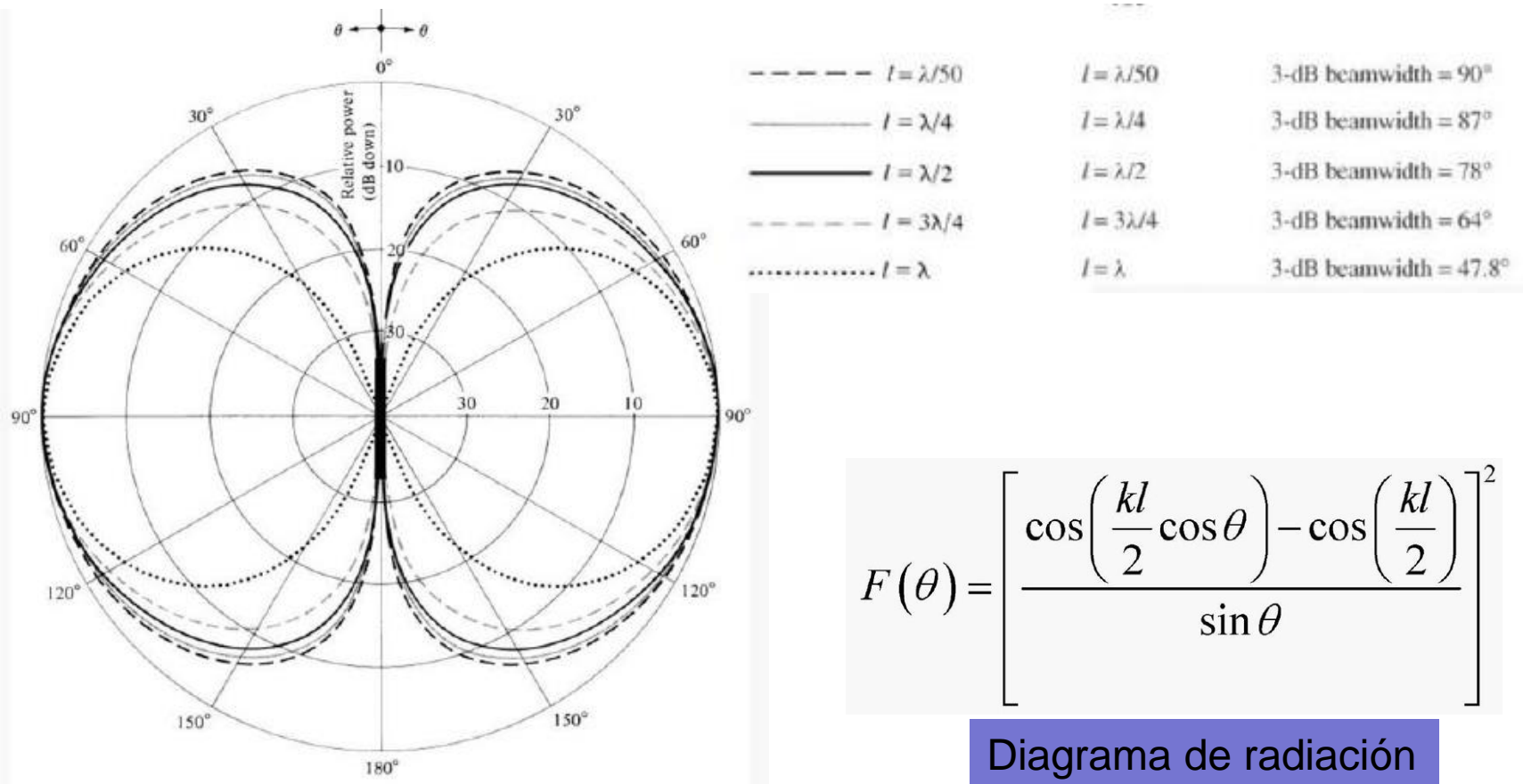
$$W_{av} = W_{rad} = \eta \frac{|I_0|^2}{8\pi^2 r^2} \left[\frac{\cos\left(\frac{kl}{2} \cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kl}{2}\right)}{\sin\theta} \right]^2$$

$$F(\theta) = \left[\frac{\cos\left(\frac{kl}{2} \cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kl}{2}\right)}{\sin\theta} \right]^2$$

Diagrama de radiación

Dipolo de cualquier longitud

Diagrama en elevación según la longitud



$$F(\theta) = \left[\frac{\cos\left(\frac{kl}{2} \cos \theta\right) - \cos\left(\frac{kl}{2}\right)}{\sin \theta} \right]^2$$

Diagrama de radiación

Dipolo lambda medios

Antena de longitud finita $l = \lambda/2$

- El diagrama tiene simetría de revolución
- El máximo estará en $\theta = \pi/2$

$$E_{\theta} \approx j\eta \frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \underbrace{\left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\sin\theta} \right]}_{\text{Field Pattern}}$$

Half-Wavelength Dipole ($l = \lambda/2$)

$$H_{\phi} \approx j \frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \underbrace{\left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\sin\theta} \right]}_{\text{Field Pattern}} = \frac{E_{\theta}}{\eta}$$

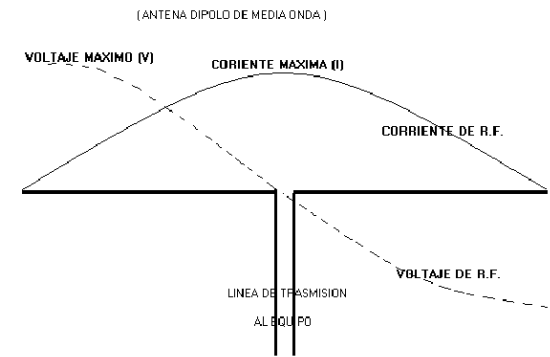
$$U = r^2 W_{av} = \eta \frac{|I_0|^2}{8\pi^2} \underbrace{\left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\sin\theta} \right]^2}_{\text{Power Pattern}} \approx \eta \frac{|I_0|^2}{8\pi^2} \sin^3 \theta \quad (4-87)$$

Antenas de onda progresiva

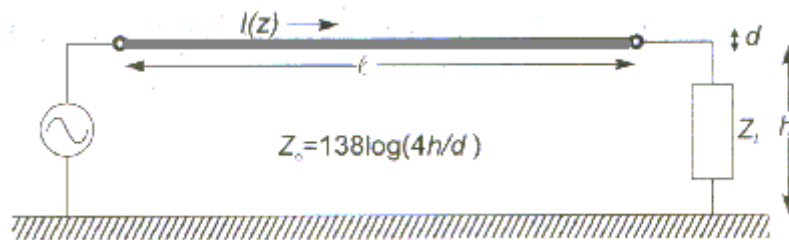
Antenas cuya excitación (corriente o tensión) típicamente de corriente tiene una variación en forma de onda progresiva (onda viajera)

$$\underline{I} = \hat{a}_z I_0 e^{-jk_z z'}$$

De alguna forma son el opuesto a las antenas resonantes (dipolos de longitud finita excitados en su centro) en las que la excitación formaba una onda estacionaria



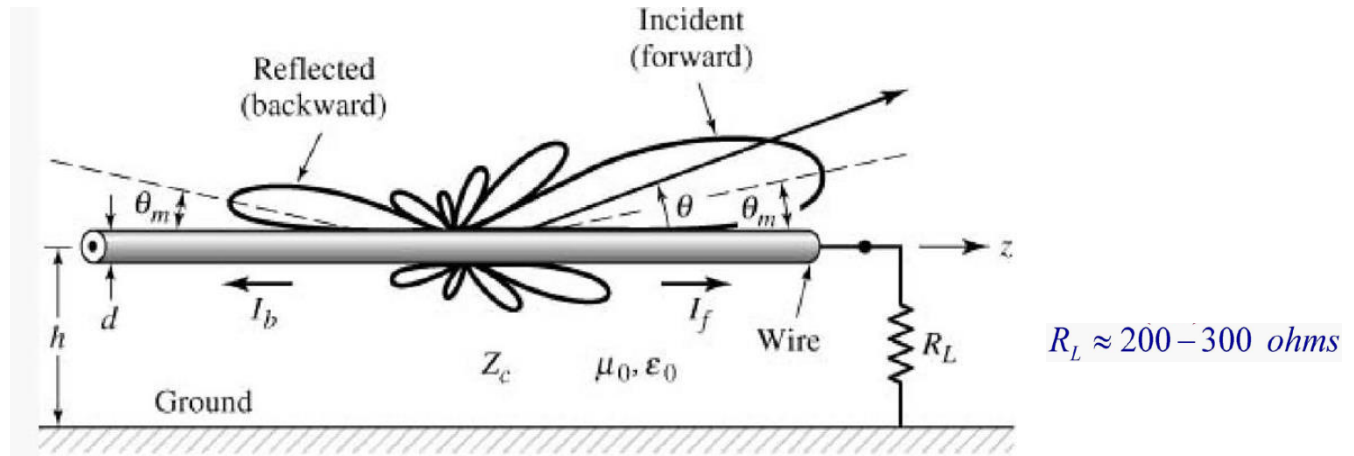
Esquema de tensiones y corriente en un dipolo resonante



Modelo de Antena de hilo largo o de Beverage

Antenas de onda progresiva

El hilo de corriente tiene la orientación del eje z



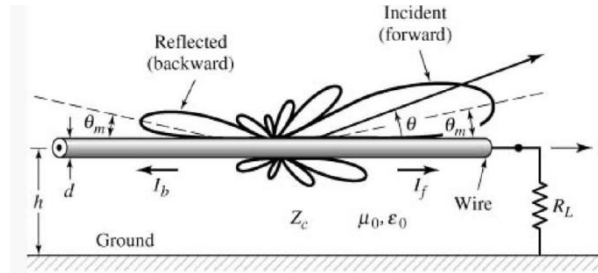
La carga adaptada puesta a masa evita la onda reflejada

La dirección de máxima radiación ya no es $\theta=90^\circ$

$$Z_o \approx 138 \log_{10} \left(4 \frac{h}{d} \right)$$

Impedancia característica de la antena de onda progresiva

Antenas de onda progresiva



Suponiendo para la corriente de alimentación una onda

$$\underline{I} = \hat{a}_z I_0 e^{-jk_z z'}$$

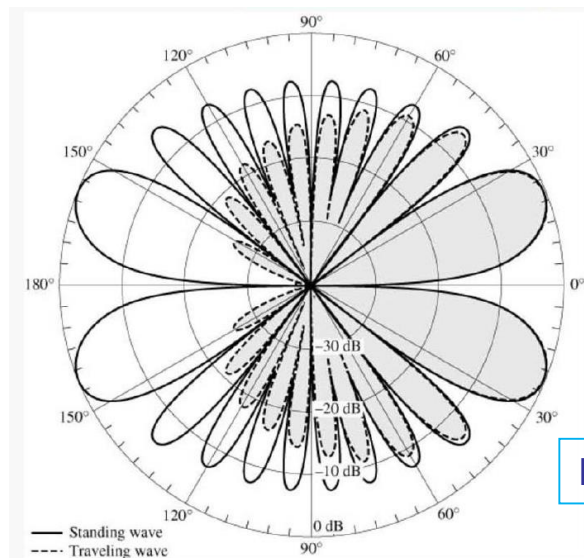
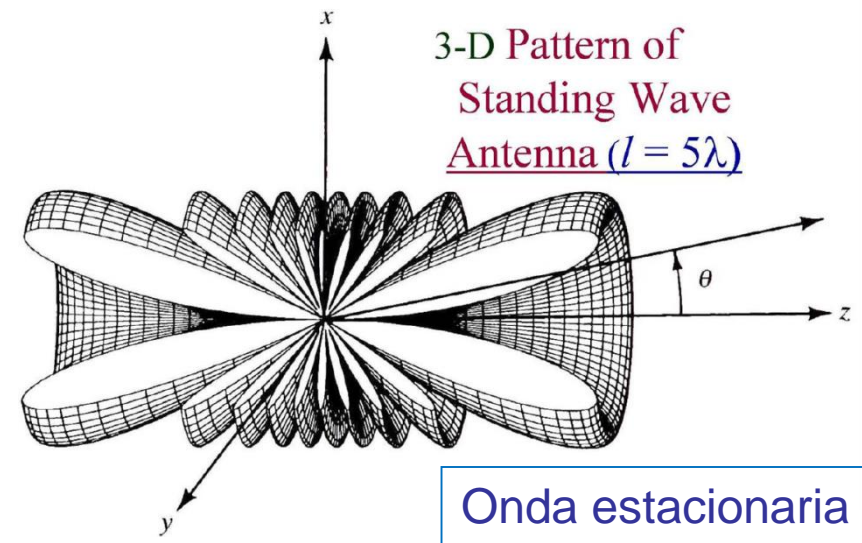
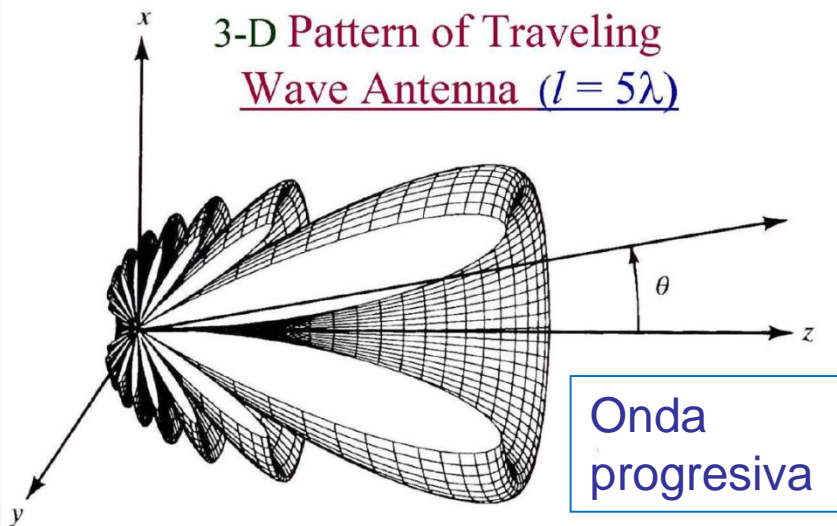
Para el campo total radiado por la antena de onda progresiva tenemos:

$$E_\theta = j\eta \frac{klI_0 e^{-jkr}}{4\pi r} e^{-j\frac{kl}{2}(K - \cos\theta)} \cdot \sin\theta \frac{\sin\left[\frac{kl}{2}(\cos\theta - K)\right]}{\frac{kl}{2}(\cos\theta - K)}$$

$$K = \frac{k_z}{k} = \frac{\lambda}{\lambda_g}$$

Con λ_g la longitud de onda de la línea de transmisión

Antenas de onda progresiva: diagrama de radiación



- Simetría de revolución
- Polarización lineal
- No radian en el eje